Böllings *WpA*

Klaus Altmann

Seit den 1960er Jahren gab es in (Ost-)Berlin zwei spezielle Gymnasien, die sich der gezielten Förderung mathematisch und naturwissenschaftlich interessierter Schüler gewidmet haben: Die Heinrich-Hertz-Oberschule (für Schüler der 9.–12. Klasse) und die Spezialklasse der Humboldt-Universität (11. und 12. Klasse). Letztere sammelte ihre Schüler auch überregional und lockte mit dem interessanten Angebot, daß alle (!) Fächer von wissenschaftlichen Uni-Assistenten des jeweiligen Fachs unterrichtet wurden. Die Hertz-Schule war dagegen eine eher normale Schule mit erweitertem Mathematik- und naturwissenschaftlichen Unterricht. In dem Artikel [1] wurde ausführlich über die Entstehung und Entwicklung dieser Schulen berichtet – in veränderter Form hat diese Tradition bis heute überlebt und umfaßt inzwischen vier Berliner Schulen, die zusammen ein von der VolkswagenStiftung und der DFG gefördertes Netzwerk bilden.
Über eine der damaligen Aktivitäten, die bisher aber noch keine direkte Nachahmung gefunden hat, wurde dabei noch nicht gesprochen – über die WpA-Kurse von Dr. Reinhard Bölling in den Jahren 1970–1990.

Herr Bölling arbeitet heute an der Universität Potsdam und ist sicherlich vielen Lesern als hervorragender Mathematik-Historiker vertraut. Damals war er im Zentralinstitut für Mathematik und Mechanik der Akademie der Wissenschaften tätig und bot für Hertz-Schüler Kurse über Zahlentheorie an. Da ich als Schüler an einem der ersten dieser Kurse teilgenommen habe, möchte ich hier über einige persönliche Erinnerungen berichten. Vielleicht kann das auch als Anregung zur Nachahmung dienen – an der FU Berlin denken wir schon über ein ähnliches Konzept nach. Vor allem sollte zunächst aber geklärt werden, was es mit der Abkürzung „WpA“ auf sich hat:

„WpA“ – das ist die damals in der DDR übliche Abkürzung für „wissenschaftlich praktische Arbeit“. Es handelte sich dabei um ein Schulfach an Gymnasien, in dem es darum ging, den Schülern zu zeigen, wie ihre spätere berufliche Tätigkeit aussehen könnte. Dazu war man für zwei Jahre jeden Dienstag Gast in einer Firma oder einem Forschungsinstitut der Region, schaute dort den Angestellten über die Schulter und arbeitete an einem mehr oder weniger interessanten Thema, das von der Gastgeber-Einrichtung gestellt wurde.

Da das Heinrich-Hertz-Gymnasium in Berlin eine Spezialschule mathematischer Richtung war (und heute noch ist), war eines der WpA-Angebote der schon erwähnte Zahlentheorie-Kurs, der weit draußen in Berlin-Adlershof stattfand. Von diesem Thema waren selbst an einer mathematischen Schule viele Schüler sofort abgeschreckt, aber einige durchaus auch sehr interessiert. Und hier liegt vielleicht der erste Schlüssel zum Erfolg von Böllings Konzept: Die Teilnehmerzahl war streng limitiert. Nur sechs Schüler, also zwei aus jeder der drei Parallelklassen durften nach Adlershof, um Zahlentheorie zu lernen. An die Auswahldetails erinnere ich mich nicht mehr – als man es dann aber geschafft hatte, einen Platz zu bekommen, da hatte man etwas gewonnen, worauf man stolz war. Wir waren hoch motiviert, und wir hatten auch etwas zu verlieren: Die Teilnahme schien uns nicht auf Dauer garantiert.

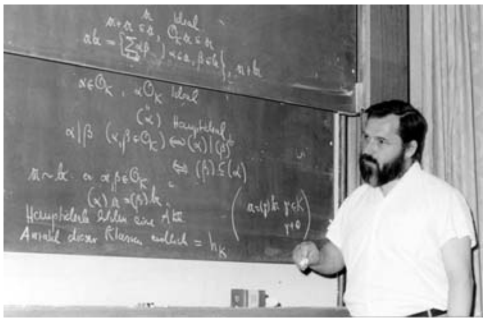
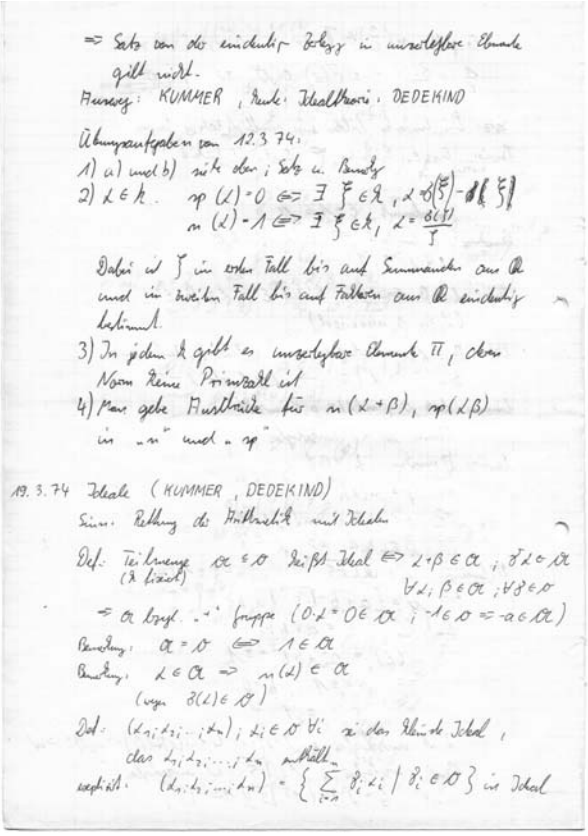
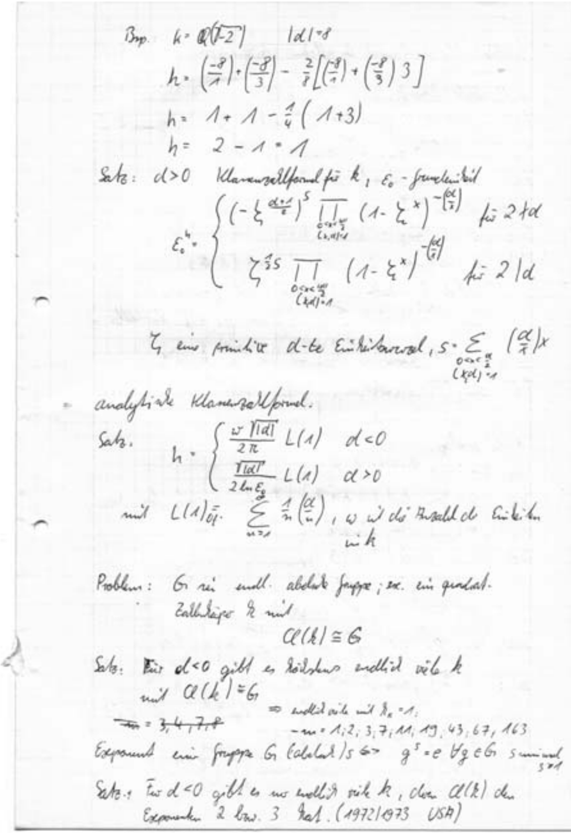


Abbildung 1. *Reinhard Bölling an der Tafel*

Die Dienstage bei Bölling liefen stets nach einem festen Schema ab: Zunächst gab es eine ungefähr dreistündige Vorlesung von ihm, die mit dem rituellen Verkünden der Übungsaufgaben für die nächste Woche beendet wurde. Die Aufgaben wurden an die Tafel geschrieben, und wir schrieben akribisch alles ab: Jeder Fehler beim Abschreiben konnte uns bei den Lösungsversuchen zu Hause viele Stunden kosten. Dann gingen wir zum gemeinsamen Mittagessen in die Akademie-Kantine, und am Nachmittag gab es noch eine oder zwei Stunden Besprechung der Aufgaben. Darüber hinaus gab es stets wertvolle Lebenshilfe – z. B. welches wichtige Buch in den nächsten drei Tagen gerade in russischer Übersetzung in der Buchhandlung zu erhalten war. So wurden uns Borewitsch/Schafarewitschs Zahlentheorie, aber auch die verschiedenen Bourbaki-Bände ans





Herz gelegt. Wir lernten die Namen wichtiger Mathematiker kennen und wußten z. B., daß es draußen in der Welt einen ganz bedeutenden John Tate gab, der viele Ideen hatte, aber kaum etwas aufschrieb.

Mathematisch ging es ziemlich munter voran – wir waren voll gefordert. In der ersten Aufgabenserie im September war zu zeigen, daß, für teilerfremde $m, n \in \mathbb{N}$, der Bruch $\frac{(m+n-1)!}{m!\,n!}$ eine ganze Zahl ist. Nach einem Monat kannten wir den Beweis von Gauß' Quadratischem Reziprozitätsgesetz. Wir lernten primitive Einheitswurzeln kennen, und zum Jahreswechsel (nach 4 Monaten) waren wir mitten in der Galoistheorie und wußten, was Kreisteilungspolynome sind. Nachdem wir uns auch um die üblichen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal und die Galoisgruppe von Polynomen gekümmert hatten, widmeten wir uns im zweiten Halbjahr einem eher speziellen Thema: Am Beispiel der quadratischen Zahlkörper studierten wir die Idealtheorie in Dedekind-Ringen. Wir lernten, daß Primzahlen verzweigt, zerlegt oder träge sein können, und eine Übungsaufgabe vom April war es, die Idealklassengruppen von $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$, $\mathbb{Q}(\sqrt{-21})$ und $\mathbb{Q}(\sqrt{-23})$ zu bestimmen.

Mit der Zeit entwickelte sich bei uns ein hoher Ehrgeiz, möglichst viele der gestellten Probleme zu lösen. Jeden Dienstag war es spannend zu erleben, wer, und ob überhaupt jemand die Aufgaben vorrechnen konnte, die man selbst nicht geschafft hatte. Das Nacharbeiten der Vorlesungen und das Lösen der Aufgaben nahm viel unserer Kraft in Anspruch. Ich kann mich erinnern, daß der Rest der schulischen Aufgaben in den Hintergrund rückte und eher als Ablenkung und Störung empfunden wurde. Bölling erzog uns auch zu unbedingter Ehrlichkeit: Nachdem einmal eine Aufgabe von einem von uns vorgerechnet wurde, fragte er nach benutzten Quellen. Als dann behauptet wurde, die Aufgabe allein gelöst zu haben, Bölling aber durch Vorlegen des Originals ein Geständnis provozierte, da waren unsere Beklemmung und Ehrfurcht groß.

Das Schuljahr ging zu Ende mit dem Beweis des Fermatschen Satzes (leider nur für $n = 3$) und dem Kennenlernen der p-adischen Zahlen. Bei der letzten Sitzung war dann schon etwas von Böllings späterem Arbeitsgebiet zu spüren, der Geschichte der Mathematik. In meinen Aufzeichnungen finde ich eine alphabetische Liste von 36 Mathematikern der letzten 300 Jahre, und sechs davon tragen ein Sternchen, das ihre herausgehobene Bedeutung kennzeichnen sollte. Ich erinnere mich noch genau, wie Bölling in Grenzfällen sehr lange überlegte, ob an eine bestimmte Person das Sternchen zu vergeben war oder nicht. Schließlich lud Bölling uns an einem Abend in sein Haus ein, und nach Kuchen und Keksen gab es das Programm für das kommende, unser 12. Schuljahr. In diesem Jahr sollte jeder von uns selbständig eine Abschlußarbeit schreiben. Für die fünf verbliebenen Schüler im Kurs gab es zehn Themen zur Auswahl.

Abbildung 2. *Verteidigung einer Jahresarbeit: Reinhard Bölling, Peter Wiechmann, Uta Hövel, Uwe Birkemeyer, Alexander Schmidt, Daniel Huybrechts, Torsten Fimmel, Torsten Hannebauer*

Einige der Themen rankten sich um Klassenzahlaussagen, andere Gebiete waren quadratische Formen, Bewertungstheorie oder das kubische und biquadratische Reziprozitätsgesetz. Ich selbst habe damals begonnen, mich mit algebraischer Geometrie zu beschäftigen – das Ziel war, unser Studium quadratischer Zahlkörper auf die ähnliche Situation der hyperelliptischen Kurven anzuwenden. Ich habe damals in Schafarewitschs Buch „Algebraische Geometrie" gelesen und bin so noch vor dem Abitur mit dem Satz von Riemann-Roch bekannt gemacht worden.

Ein Jahr später hatte ich dann eine mit großer Schülerschrift geschriebene und ordentlich aussehende 150-seitige Arbeit fertig, die in fünffacher Ausfertigung abgegeben werden mußte. Letzteres war problematisch, da es damals keine Kopiermaschinen gab. Wir fanden schließlich ein kleines Fotoatelier, das bereit war, uns fünf Exemplare herzustellen – vorausgesetzt, das Original war brauchbar: Ich habe also alle Seiten mit Hand auf Pergamentpapier geschrieben, wobei immer ein Kohlepapier dafür sorgen mußte, daß unter genügend hohem Druck gleichzeitig die Rückseite gefärbt wurde. Diese Mühe ist mir fast noch mehr als die eigentliche mathematische Arbeit im Gedächtnis geblieben. Diese Schilderung läßt vielleicht ahnen, welche Begeisterung Bölling bei uns ausgelöst hat, wieviel Energie und Tatendrang er bei uns erzeugt hat.

Nach zwei Jahren WpA war Böllings Betreuung aber noch lange nicht vorbei. Während meiner 18 Monate Armeezeit versorgte er mich regelmäßig mit oft zehnseitigen Briefen, in denen er mich über das aktuelle WpA-Programm der Nachfolge-Gruppe informierte – der WpA-Unterricht wurde jährlich modifiziert. Diese Briefe enthielten aber nicht nur Sätze und Beweise, sondern auch Aufgaben. Ich war also wieder gefordert, nur hatte meine neue Umgebung weniger Verständnis für die mathematische Tätigkeit als z. B. die Deutschlehrer der Hertz-Schule, deren Unterricht ich damals eher stiefmütterlich behandelte. Ich hatte oft ein schlechtes Gewissen, die Aufgaben nicht schnell genug und nicht zur vollen Zufriedenheit von Bölling erledigt zu haben.

Schließlich begann ich ein Mathematik-Studium an der Humboldt-Universität. Auch jetzt blieb der Kontakt mit Bölling. Er gab uns immer gute Ratschläge, bei wem wir welche Vorlesung hören sollten, und wer die mathematisch interessanten Leute wären. Insgesamt wurde ich also über mehr als fünf Jahre intensiv betreut, bis er uns sanft in die Selbständigkeit entließ.

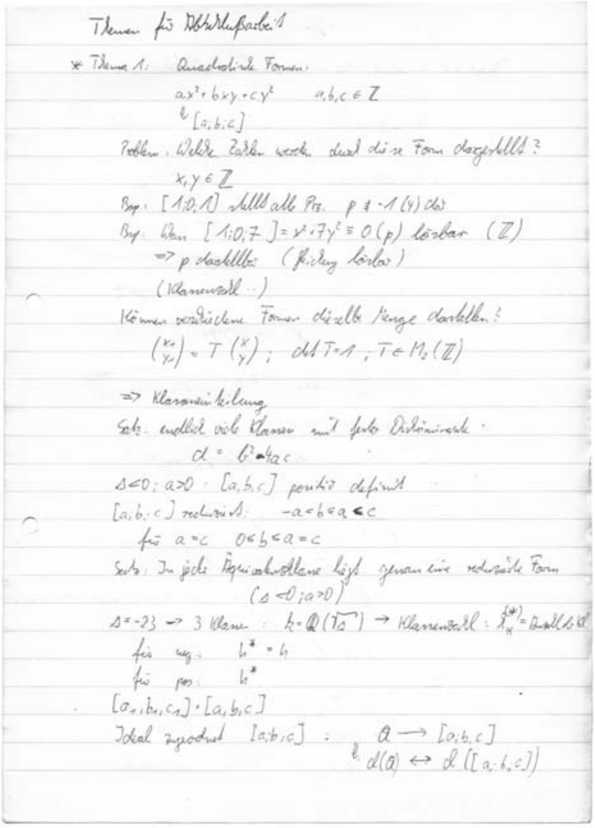
Was Ihre Überlegungen zur späteren Spezialisierung
anbelangt, so lassen Sie sich ruhig Zeit und
nehmen sich aus dem Angebot das heraus, was Ihnen
am meisten liegt. Von den HU-Leuten möchte
ich Ihnen vor allem Prof. Kurke empfehlen, der
an der Uni meiner Meinung nach der beste Alge-
braiker ist, während ich ausdrücklich von R
abraten möchte, da seine Vorlesunge
selbst gar nicht oder schlecht vorbereitet
daß ein entsprechendes Buch vorteilhafter
würde mich freuen, von Ihren Erfahrungen

Mit freundliche

Ihr R.

Wenn man nun bedenkt, daß Bölling über 20 Jahre durchgängig solche Kurse angeboten hat und dabei insgesamt 73 Schüler von ihm mathematisch geformt wurden, so wird seine einzigartige Leistung sichtbar. Viele seiner ehemaligen Schüler sind in der mathematischen Forschung an Universitäten in Deutschland und im Ausland tätig. Vielleicht erkennen Sie in der folgenden Namensliste einige Ihrer Kollegen wieder:

Lutz Hamann, Matthias Krauße, Jörg Polzehl, Klaus Altmann, Hans-Jürgen Koppatz, Harry Reimann, Hannes Taubenheim, Alexander Wilczok, Andreas Wittenbeck, Uwe Baumbach, Matthias Hegner, Michael Marczinek, Doris Rüdinger, Frank Marlow, Jörg Schmeling, Thomas Bez, Andreas Fittke, Markus Hesse, Boris Maschirow, René Sternke, Horst Szillat, Thomas Bacher, Ines Leike (geb. Nikolaus), Mike Sandau, Jens Galley, Lutz Hille, Marlene Müller, Mathias Orlt, Thomas Siebert, Uwe Birkemeyer, Torsten Fimmel, Torsten Hannebauer, Yuri Tschinkel, Ulrich Vollmer, Stefan Dorst, Michael Grünberg, Torsten Renz, Alexander Schmidt, Ingo Witt, Udo Bellack, Mirko Dziadzka, Martin Gröger, Georg Hein, Daniel Huybrechts, Andreas Matuschke, Lutz Hammer, André Hercher, Heiner Kallweit, Thomas Richwien, Frank Sperling, Stefan Günther, Jens Griepentrog, Uta Hövel, Michael Sagorje, Andreas Hoppe, Andreas Kmoch, Steffen Renisch, Caren Ti-


Themen für Abschlußarbeit

* Thema 1: Quadratische Formen:

$ax^2+bxy+cy^2 \quad a,b,c \in \mathbb{Z}$

$[a;b;c]$

Problem: Welche Zahlen werden durch diese Form dargestellt? $x,y \in \mathbb{Z}$

Bsp.: $[1;0;1]$ stellt alle Pr. $p \not\equiv -1\ (4)$ dar

Bsp.: Wenn $[1;0;7] = x^2+7y^2 \equiv 0\ (p)$ lösbar $(\mathbb{Z})$

$\Rightarrow$ p darstellbar (richtig lösbar)

(Klassenzahl ..)

Können verschiedene Formen dieselbe Menge darstellen?

$\binom{x_1}{y_1} = T\binom{x}{y}$; $\det T = 1$; $T \in M_2(\mathbb{Z})$

$\Rightarrow$ Klasseneinteilung

Satz: endlich viele Klassen mit fester Diskriminante:

$d = b^2-4ac$

$\Delta<0;\ a>0$: $[a,b,c]$ positiv definit

$[a;b;c]$ reduziert: $-a<b\le a\le c$

für $a=c$ $\quad 0\le b\le a=c$

Satz: In jeder Äquivalenzklasse liegt genau eine reduzierte Form $(\Delta<0; a>0)$

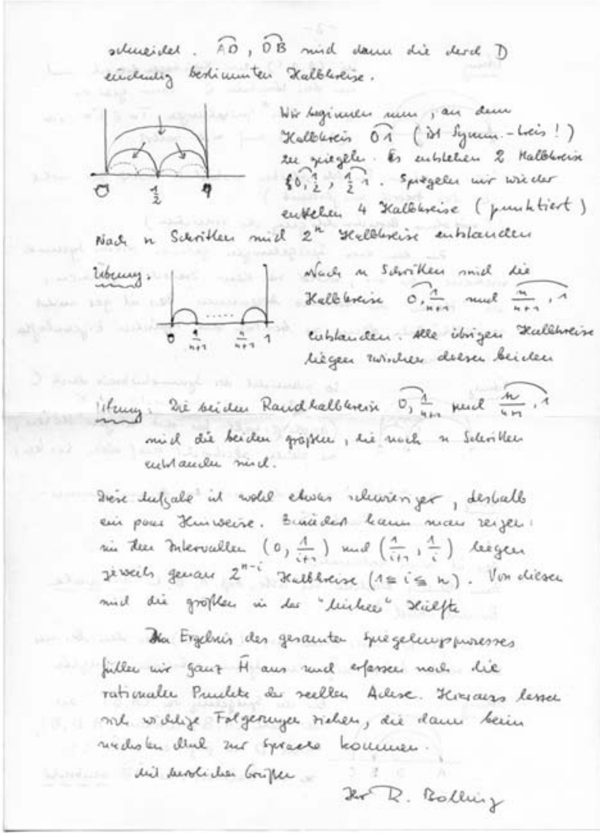
$\Delta=-23 \to 3$ Klassen: $k=\mathbb{Q}(\sqrt{\Delta}) \to$ Klassenzahl: $h_K^{(*)} =$ [illegible]

für neg.: $h^* = h$

für pos.: h^*

$[a_1,b_1,c_1]\cdot[a,b,c]$

Idealprodukt $[a;b;c]$: $\mathfrak{a} \longrightarrow [a;b;c]$, $d(\mathfrak{a}) \leftrightarrow d([a;b;c])$


schneidet. $\widehat{AD}$, $\widehat{DB}$ sind dann die durch D eindeutig bestimmten Halbkreise.

Wir beginnen nun, an dem Halbkreis $\widehat{01}$ (ist Symm.-kreis!) zu spiegeln. Es entstehen 2 Halbkreise $\widehat{0,\tfrac{1}{2}}$, $\widehat{\tfrac{1}{2},1}$. Spiegeln wir wieder entstehen 4 Halbkreise (punktiert)

Nach n Schritten sind 2^n Halbkreise entstanden

Übung: Nach n Schritten sind die Halbkreise $\widehat{0,\tfrac{1}{n+1}}$ und $\widehat{\tfrac{n}{n+1},1}$ entstanden. Alle übrigen Halbkreise liegen zwischen diesen beiden

Übung: Die beiden Randhalbkreise $\widehat{0,\tfrac{1}{n+1}}$ und $\widehat{\tfrac{n}{n+1},1}$ sind die beiden größten, die nach n Schritten entstanden sind.

Diese Aufgabe ist wohl etwas schwieriger, deshalb ein paar Hinweise. Zunächst kann man zeigen: in den Intervallen $(0,\tfrac{1}{i+1})$ und $(\tfrac{1}{i+1},\tfrac{1}{i})$ liegen jeweils genau 2^{n-i} Halbkreise $(1\le i\le n)$. Von diesen sind die größten in der "linken" Hälfte

Als Ergebnis des gesamten Spiegelungsprozesses füllen wir ganz $\bar{H}$ aus und erfassen noch die rationalen Punkte der reellen Achse. Hieraus lassen sich wichtige Folgerungen ziehen, die dann beim nächsten Mal zur Sprache kommen.

Mit herzlichen Grüßen

Ihr R. Bölling

schendorf, Martin Weigt, Britta Guder, Ulrike Seifert, Michael Schmeling, Katrin Frömter, Martin Kreißig, Matthias Küchler, Christian Bölling, Nadia Schulz, Karl Voss, Isabell Wegner, Jonas Werner, Annekatrin Hegewald, Christoph Heinrich, Tobias Kunstmann.

Im Herbst 2004 feierte Reinhard Bölling seinen 60. Geburtstag. Für uns war das ein willkommener Anlaß, ihm mit einem zweitägigen Kolloquium an der FU in Berlin-Dahlem ein herzliches Dankeschön zu sagen. Neben den aktuellen Leistungskursen Mathematik und ehemaligen und jetzigen Lehrern des Hertz-Gymnasiums waren viele seiner ehemaligen Schüler erschienen und haben Vorträge gehalten. Für Herrn Bölling war das ein Wiedersehen nach vielen Jahren – für uns bot es aber vor allem die Möglichkeit, sich untereinander kennenzulernen. Es war interessant zu hören, wie sich nach unseren ersten gemeinsamen (wenn auch zeitversetzten) Schritten in Berlin-Adlershof die mathematischen und beruflichen Wege getrennt haben. Viele der Böllingianer sind an Universitäten in der reinen oder angewandten Mathematik oder in der Physik tätig. Andere sind in der Wirtschaft – sogar eine freischaffende Physikerin war unter uns.

Die uns von Bölling dargebotene Mathematik wurde inzwischen von Alexander Schmidt aus Regensburg zu einem Buch [2] zusammengefaßt. Ich glaube, daß die Leistungen und der Erfolg von Reinhard Böllings zwanzigjähriger, hervorragender Tätigkeit als Lehrer und mathematischer Förderer Berliner Schüler bisher unerreicht sind. Mit großem Engagement und didaktischem Geschick hat er in uns Schülern die Liebe zur Mathematik geweckt und damit ungeahnte Kräfte zum Arbeiten freigesetzt.

Literatur

[1] J. Kramer, E. Warmuth: Schnittstelle Schule-Hochschule: Berliner Aktivitäten zur mathematischen Bildung. In: Mitteilungen der DMV, 15, Heft 4, 228–237 (2007)

[2] A. Schmidt: Einführung in die algebraische Zahlentheorie. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.

Adresse des Autors
Prof. Dr. Klaus Altmann
Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik
Mathematisches Institut
Arnimallee 3
14195 Berlin
altmann@math.fu-berlin.de