A3: Singularitäten in Mannigfaltigkeiten mit spezieller Holonomie

Projektleiter: K. Altmann, S. Theisen

Das Studium der Umgebungen durchlaufener Singularitäten (in Physik und Mathematik) erfordert die Betrachtung nicht-kompakter Varietäten.

Hauptfragen:

1) Welche Singularitäten können als Grenzwerte auftreten? Welche haben eine physikalische Interpretation?

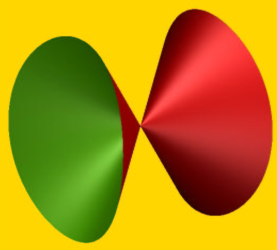
2) Deformationstheorie: Welche Singularitäten sind glättbar? Wie sehen die Glättungen aus, kennen wir ihre Invarianten?

3) Nach Degenerationen (vielleicht auch über die physikalischen Grenzen hinaus): Sind numerische Invarianten und Spiegelsymmetrie noch erkennbar?

4) Untersuchung spezieller Singularitäten durch Nutzung torischer Methoden.

Beispiele:

Conifold transition bei CY-Räumen ($SU(n)$-Holonomie)



Singuläre G_2-Räume (massenlose Eich-Bosonen und chirale Fermionen in effektiver 4-dimensionaler Theorie)

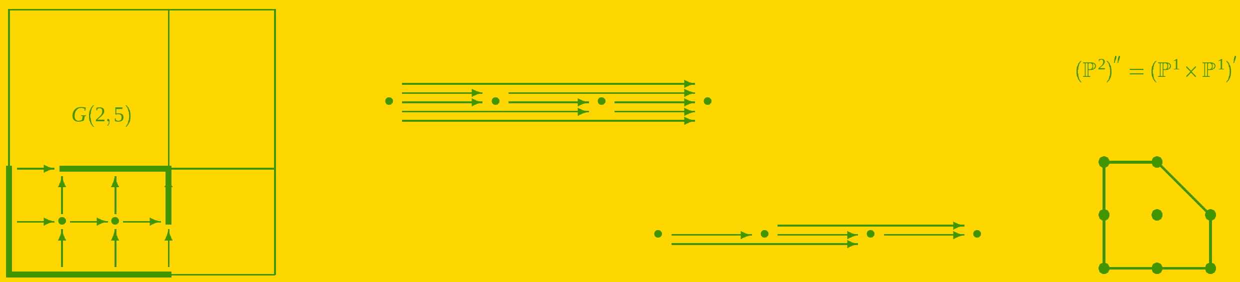
Einzelprojekte:

1) Untersuchung der Beziehungen zwischen G_2-Singularitäten und 4-dimensionalen Eichtheorien; Studium 4-dimensionaler QFT's (*Theisen, TBA*)

2) Untersuchung der Beziehung zwischen singulären, nicht-kompakten G_2-Räumen und Konfigurationen von $D6$-Branen. (*Behrndt, Theisen*)

3) Torische G_2-Singularitäten aus torischen hyperkähler Kegeln – letztere entstehen aus einem durch $A : \mathbb{Z}^n \to \mathbb{Z}^d$ beschriebenen Untertorus $\mathbb{T}^d \subseteq \mathbb{T}^n$ als Faser von $\mu_{\mathbb{C}} : [\mu_{\mathbb{R}}^{-1}(\xi \in \mathbb{R}^d)/\mathbb{T}^d_{\mathbb{R}}] \to \mathbb{C}^d$. Wir planen eine direkte Beschreibung der torischen G_2-Singularitäten durch die Ersetzung der symplektischen Reduktion $\mu_{\mathbb{R}}^{-1}(\xi \in \mathbb{R}^d)/\mathbb{T}^d_{\mathbb{R}}$ durch Sturmfels' Lawrence lifting $X(A^{\pm}, \theta)$. (*Vollmert, TBA*)

4) Untersuchung der lokalen Deformations- und Obstruktionstheorie (T^1 und T^2) von Batyrevs torischen CY-Singularitäten aus reflexiven Polyedern. Insbesondere untersuchen wir die Flußpolyeder orientierter Graphen, da diese automatisch reflexiv sind. (*Altmann, Ploog, Vollmert*)



5) Potentielle Glättungen sind verallgemeinerte Grassmannsche oder Fahnenmannigfaltigkeiten – und wir wollen deren Invarianten (Hodge-Zahlen) berechnen. Vielleicht kann man sogar eine direkte Beschreibung der Glättungen erhalten. Diese würden dann nicht-torische Beispiele für die Spiegelsymmetrie liefern. (*Altmann, Vollmert*)

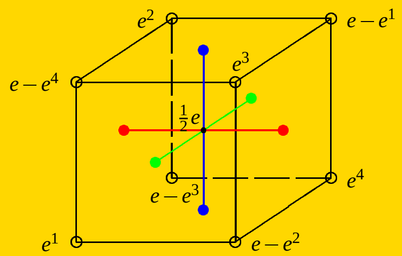
6) Degenerationen von CY-Spiegelpaaren: Speziellere Singularitäten sind zwar algebro-geometrisch gröber, können dabei aber kombinatorisch einfacher werden: Die Gröbner-Degeneration konstruiert zu jeder Varietät ein Monomideal, daß oft durch einen simplizialen Komplex visualisiert werden kann. Beispielsweise degeneriert die Sekantenvarietät einer elliptischen Kurve (ist eine CY) zum Rand eines 4-dimensionalen zyklischen Polytops. Bleibt bei diesem Prozeß die Information über den Spiegelpartner erhalten? (*Altmann, Hein, Vollmert*)

Methoden in der Deformationstheorie:

1) Infinitesimale Deformationstheorie mittels Kohomologie des Cotangentialkomplexes

2) Durch Betrachtung zusätzlicher (log-)Strukturen werden singuläre Räume "log-glatt" und können wie glatte Objekte behandelt werden.

3) Nach Abschwächung der Toruswirkung können Deformationen torischer Varietäten als Familien polyedrischer Divisoren studiert werden.



$G(2,4)$, kodiert durch den polyedrischen Divisor $\Delta_0\{0\} + \Delta_1\{1\} + \Delta_\infty\{\infty\}$ auf dem $\mathbb{P}^1$

Arbeitsgruppen:

FU Berlin: Prof. Dr. K. Altmann, Dr. habil. G. Hein (C1), Dipl.-math. D. Ploog (BAT IIa), M. Metzler (Sekr.), S. Boethin (Dipl.), J. John (Dipl.), P. Marschalik (Dipl.), H. Süß (Dipl.), N. Swerling (Dipl.), R. Vollmert (Dipl.)

AEI Golm: Prof. Dr. S. Theisen, Dr. K.Behrndt (BAT IIa), Dr. S. de Haro

Ergänzungsausstattung:

BAT IIa/2 (Robert Vollmert), BAT IIa/2 (TBA)

Kooperation:

A1, A2, A5, B1, B3; Ecole Polytechniques und Jussieu, Paris; Harvard University, MA; LMU, München; Madison University, WI; Queen Mary College, London; Universidad de Salamanca; Universität Mainz; Universität Tübingen